Темы курсовых работ для студентов 2 курса
2010-2011 уч. год

(руководитель Дуракова В.К.)

1. **№ 12.15-12.35**
2. **№ 12.36-12.49**
3. **№ 12.64-12.81**
4. **№ 12.82-12.97**
5. **№ 12.102-12.112**
6. **№ 12.113-12.128** Гурьянова ИМ0901
7. **№ 12.129-12.140** Галкина ИМ0901
8. **№ 12.141-12.150** Саманатова ИМ0901
9. **№ 18.1-18.3**
10. **№ 18.4,18.5**
11. **№ 18.7,18.8**
12. **№ 18.9,18.10**
13. **№ 18.11,18.12**
14. **№ 18.13,18.14**
15. **№ 18.15,18.16**
16. **№ 18.17,18.18**
17. **№ 18.19,18.20**
18. **№ 18.21,18.22**
19. **№ 18.29,18.30**

Литература: **Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В,И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу, Т. 2, (интегралы, ряды), 1986.**

ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ

(руководитель О.В.Капцов)

1. Метод Гензеля разложения на множители многочлена с целыми коэффициентами. В. Прасолов. Многочлены. 2000 (параграф 10.2).

2. Найти общий вид целозначного многочлена с одной переменной. В. Прасолов. Многочлены. 2000 (параграф 12).

3. Внешние формы. Определение, примеры, основные свойства. Ефимов Н.В. Введение в теорию внешних форм. М.: Наука, 1977 Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука.

4. Найти все целые решения уравнения x^2 + 2*y^2 = 3*y^2.

5. Аффинные многообразия. Определение, примеры, основные свойства. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия, алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры. М: 2000.— 687 с.

6. Обобщить формулу бинома Ньютона (a + b)^n на произвольное число слагаемых (a + b +...+ c)^n.

7. Базис Гребнера. Определение и примеры вычислений. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия, алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры. М: 2000.— 687 с.

Мой E-mail profkap@mail.ru

2010 - 2011 уч. год

Задания для курсовых работ для 2-го курса по дифференциальным уравнениям

Руководитель Лазарева Н.Н.

1. Найти все положения равновесия системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -x + 1 - \cos y,\ \frac{dy}{dt} = \sin^2 x + 1 - e^y.$$

Исследовать их устойчивость и определить типы особых точек.

2. Найти все положения равновесия системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = y,\ \frac{dy}{dt} = -\sin x.$$

Исследовать их устойчивость и определить типы особых точек.

3. Найти все положения равновесия системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = 1 - x - y + xy,\ \frac{dy}{dt} = xy - 2.$$

Исследовать их устойчивость и определить типы особых точек.

4. Найти все положения равновесия системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -x + y - 1,\ \frac{dy}{dt} = \ln(x^2 - y).$$

Исследовать их устойчивость и определить типы особых точек.

5. Найти все положения равновесия системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = 2y + \sqrt{1 - 3y - \sin x},\ \frac{dy}{dt} = -\sin x.$$

Исследовать их устойчивость и определить типы особых точек.

6. Исследовать поведение фазовых кривых системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -2x - 5y,\ \frac{dy}{dt} = 2x + 2y$$

в окрестности положений равновесия, и во всей фазовой плоскости.

7. Исследовать и построить фазовые кривые системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y,\ \frac{dy}{dt} = 2x - 3y.$$

8. Исследовать фазовые кривые системы уравнений Максимова М22

$$\frac{dx}{dt} = x - y,\ \frac{dy}{dt} = 2(y - x).$$

9. Исследовать фазовые кривые системы уравнений Иванова М-22

$$\frac{dx}{dt} = -x + 2y,\ \frac{dy}{dt} = 0.$$

10. Исследовать фазовые кривые системы уравнений Отева М-22

$$\frac{dx}{dt} = 2x,\ \frac{dy}{dt} = x + y.$$

11. Исследовать фазовые кривые системы уравнений Сирмик М-22.

$$\frac{dx}{dt} = -3x + 2y,\ \frac{dy}{dt} = x - 4y.$$

12. Исследовать фазовые кривые системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = 3x - 4y,\ \frac{dy}{dt} = x - 2y.$$

13. Исследовать фазовые кривые системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -2x - 5y,\ \frac{dy}{dt} = 2x + 2y.$$

14. Исследовать фазовые кривые системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y,\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y.$$

15. Выяснить типы положений равновесия систем уравнений

$$\frac{dx}{dt} = 4x^2 - y^2,\ \frac{dy}{dt} = -4x + 2xy - 8.$$

16. Выяснить типы положений равновесия систем уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \ln(1 - y + y^2),\ \frac{dy}{dt} = 3 - \sqrt{x^2 + 8y}.$$

17. Выяснить типы положений равновесия систем уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -2(x - y)y,\ \frac{dy}{dt} = 2 + x - y^2.$$

18. Выяснить типы положений равновесия систем уравнений

$$\frac{dx}{dt} = (y - 1)(3x + y - 5),\ \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 5.$$

Курсовые работы для студентов 2-го курса Института математики СФУ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

Составил: профессор, д.ф.-м.н. А.А.Родионов, март - май 2011г.

1. Ряды Фурье по ортогональным многочленам. Условия сходимости. Критерий ортогональности. /1,2,3/ Семенова ИМ09-01С
2. Ортонормированные базисы и разложение по ним. /1,2,3/ Голубева М.И. ИМ09-03Б
3. Преобразование Фурье, его свойства. Пример. /1,3/ Паньшин ИМ09-01С
4. Уравнения в частных производных первого порядка. /13,15,16/ Александрова ~~ИМ~~09-03Б
5. Группы точечных преобразований. /16 / Приходина ИМ09-03Б
6. Уравнение Пфаффа. /16 Ильюхина ИМ09-03Б
7. Функции Лежандра, их свойства. Интегральное представление и равномерная оценка./1,2,4/
8. Вихрь векторного поля, его геометрический смысл. Формула Стокса. Задачи. /1,9/
9. Дивергенция векторного поля, ее геометрический смысл. Формула Остроградского – Гаусса. Задачи. /1,9/
10. Равномерная сходимость и свойства несобственных интегралов./1,8/ Рязанова ИМ09-0…
11. Многочлены Чебышева, их свойства. /2,11/ Лиханова Ю.С. ИМ09-03Б
Кувыркина (ИМ09-01С) **12.** Линейные ОДУ второго порядка. /12,13 /

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.1,2. – М., "Высшая школа", 1981.
2. Суетин П.Е. Классических ортогональные многочлены,"Наука",М.,1976.
3. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции одного переменного. Часть 3, "Наука", М., 1970.
4. Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции, "Наука", М., 1980.
5. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа.– М., "Наука", 1981.
6. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи.– М.,"Высшая школа", 1989.
7. Смирнов В.И. Курс высшей математики, Т.2.– М., изд."Физ.-мат.лит.", 1978.
8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, Т.1,2.– М., "Наука", 1970.
9. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции нескольких вещественных переменных. Часть 1,2.– М., "Наука", 1970.
10. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа, Т.1,2.
11. Сеге Г. Ортогональные многочлены.– М., Физматгиз,1962.
12. Хартман Ф. ОДУ.– "Мир", 1970.
13. Матвеев Н.М. Методы интегрирования ОДУ.– М.,"Высшая школа", 1963.
14. Петровский И.Г. Лекциии по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.– М., "Наука", 1970.
15. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.– М., УРСС, 2002.
16. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. Москва “Физматлит”, 2003, 2005.

Темы курсовых работ по математическому анализу и дифференциальным уравнениям для II курса.

Преподаватель Сорокин Роман Викторович.

1. Исследование приближений функций тригонометрическими полиномами (частичными суммами рядов Фурье) (краткое изложение теории рядов Фурье, проведение вычислений на конкретных примерах).

2. Исследование приближений функций многочленами (краткое изложение теории, проведение вычислений на конкретных примерах).

3. Применение дифференциальных уравнений в биологии. Математические модели хищник/жертва и другие (разбор примеров математических моделей, изучение свойств решений).

4. Численное интегрирование. Приближенное вычисление определенных интегралов с помощью метода прямоугольников, трапеций и Симпсона (описание, сравнение методов, написание программы, реализующие данные методы). Данилович ИМ09-03Б

5. Центробежный регулятор Уатта работы паровой машины. Математическая модель, исследование устойчивости.

6. Ламповый генератор электрических колебаний. Математическая модель, исследование устойчивости.

7. Примеры (с доказательствами):
   a. Функция, непрерывная лишь в одной точке,
   b. Функция, непрерывная в иррациональных и разрывная в рациональных точках,
   c. Непрерывная, нигде не монотонная функция.

8. Примеры (с доказательствами):
   a. Всюду непрерывная, но нигде не дифференцируемая функция,
   b. Дифференцируемая функция с разрывной производной,
   c. Дифференцируемая функция, для которой теорема о среднем не имеет места.

9. Примеры (с доказательствами):
   a. Две монотонные функции, сумма которых не монотонна,
   b. Две периодических функции, сумма которых не имеет периода,
   c. Две функции, квадраты которых интегрируемы по Риману, но квадрат их суммы не интегрируем по Риману.

10. Примеры (с доказательствами):
    a. Ограниченная плоская область, граница которой имеет положительную меру,
    b. Действительнозначная функция одного действительного переменного, график которой является неизмеримым плоским множеством.

Темы курсовых работ для студентов 2 курса. И.В.Степанова.

Свеснков К ИМ09-3Б

- Для функции

$$f(x,y)=\begin{cases} y^{-2},\ 0<x<y<1 \\ -x^{-2},\ 0<y<x<1 \end{cases}$$

и $f(x,y)=0$ для остальных точек квадрата $0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1$ доказать, что интегралы

$$\int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x,y)dydx,\ \int\limits_0^1\int\limits_0^1 f(x,y)dxdy$$

существуют, но не равны между собой.
Для функции

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^3}{y^2}e^{-x^2/y},\ y>0 \\ 0,\ y=0 \end{cases}$$

доказать, что интегралы

$$\frac{d}{dx}\int\limits_0^1 f(x,y)dy,\ \int\limits_0^1\left(\frac{d}{dx}f(x,y)\right)dy$$

существуют, но не равны между собой.

Гелбаум Б., Олмстед Д. Контрпримеры в анализе. Москва: Мир, 1967.

- Пусть

$$A=\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)}f(x,y),\ B=\lim_{x\to x_0}\lim_{y\to y_0}f(x,y),\ C=\lim_{y\to y_0}\lim_{x\to x_0}f(x,y).$$

Доказать, что для функции

$$f_1(x,y)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{y}+y\sin\frac{1}{x},\ xy\ne 0 \\ 0,\ xy=0 \end{cases}$$

при $x_0=0,\ y_0=0$ существует только предел A; для функции

$$f_2(x,y)=\begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}+y\sin\frac{1}{x},\ x\ne 0 \\ 0,\ x=0 \end{cases}$$

при $x_0=0,\ y_0=0$ существует только предел B; для функции

$$f_3(x,y)=\begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}+x\sin\frac{1}{y},\ y\ne 0 \\ 0,\ y=0 \end{cases}$$

при $x_0=0,\ y_0=0$ существует только предел C.

Гелбаум Б., Олмстед Д. Контрпримеры в анализе. Москва: Мир, 1967.

- Найти производные от полных эллиптических интегралов

$$E(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}\, d\varphi, \;\; F(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}, \;\; 0 < k < 1.$$

Выразить их через функции $E(k)$, $F(k)$, а также показать, что функция $E(k)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$E'' + \frac{1}{k}E' + \frac{E}{1 - k^2} = 0.$$

Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. Москва: Наука, 1970.

- Доказать формулы Эйлера

Шарафутдинов Алексей ИМ09-05Б

$$\int\limits_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-\lambda t \cos\alpha} \cos(\lambda t \sin\alpha) dt = \frac{\Gamma(x)}{\lambda^x} \cos(\alpha x),$$

$$\int\limits_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-\lambda t \cos\alpha} \sin(\lambda t \sin\alpha) dt = \frac{\Gamma(x)}{\lambda^x} \sin(\alpha x),$$

$\lambda > 0, \; x > 0, \; -\pi/2 < \alpha < \pi/2.$
Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.2. Москва: Дрофа, 2004.

Темы курсовых работ для студентов 2-го курса
А.М.Франк

1. Показать, что если в контрпримере 1 к задаче Коши выбрать $x(0) \neq 0$, то локальное решение в некоторой окрестности $t = 0$ будет существовать.

2. Показать, что при неограниченном возрастании t последовательные нули всякого решения уравнения

$$\ddot{y} + ty = 0$$

неограниченно сближаются.

3. Привести пример ОДУ с непрерывной правой частью, для которого предел последовательности ломаных Эйлера, начинающихся в любой точке, при стремлении к нулю длины звеньев всегда существует и единствен, и в то же время через некоторые точки области проходит более одной интегральной кривой.

4. Доказать, что если матрица линейной системы с постоянными коэффициентами

$$\dot{\mathbf{x}} = Ax$$

имеет полный набор собственных векторов, то независимо от кратности ее собственных значений, общее решение имеет тот же вид, что и для простых собственных значений

$$x = \sum_{k=1}^{n} C_i h^i \exp \lambda_i t.$$

5. В каком виде следует искать частное решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами

$$L(p) = f(t) \exp \alpha t \sin \beta t,$$

где $f(t)$ - многочлен порядка m?

6. Доказать теорему Коши-Пикара о существовании и единственности локального решения задачи Коши с использованием принципа сжимающих отображений.

7. На основе редукции задач и теоремы о непрерывной зависимости решений ОДУ от начальных данных сформулировать и доказать теорему о непрерывной зависимости решений от начального момента.

8. Показать, что если в контрпримере 2 к задаче Коши выбрать $x(0) \neq 0$, то локальное решение в некоторой окрестности $t = 0$ будет единственным.

9. Показать, что из доказанного в глобальной теореме Коши-Пикара предельного перехода $|[Ay_n](t) - [A\varphi](t)| \to 0$ не следует, что оператор A непрерывен.

10. Используя теорему об устойчивости по первому приближению, сформулировать и доказать аналогичную теорему для ненулевого положения равновесия.

Примечание: Сдача курсовых строго с 11 до 23 мая

Фроленков Игорь Владимирович,
к.ф.-м.н, доцент кафедры Мат.анализа и диф.уравнений

Темы курсовых работ для второго курса, 2011 год

Задание оценивается по 100 бальной шкале. Сроки выполнения:

- до 1-го мая максимальный бал – 100
- до 10-го мая максимальный бал – 80
- до 20-го мая максимальный бал – 65
- позднее максимальный бал – 55

1) Понятие корректности задачи. Показать, что задача продолжения решения гиперболического уравнения в полупространство $x > 0$ $u_{tt} = u_{xx}$, $u(t,0) = f(t)$, $u_x(t,0) = g(t)$ *корректна, в то время как задача для параболического уравнения* $u_t = u_{xx}$, $u(t,0) = f(t)$, $u_x(t,0) = 0$ *некорректна (неустойчива по входным данным)*	Ф.И.О, группа
2) Дана смешанная задача для параболического уравнения $u_t = \Delta u + c(x)u + f(t,x)$, $u(0,x) = \varphi(x)$, $\frac{\partial u}{\partial n}\|_S = \psi(t,x)$. *Доказать, что функция* $u(t,x) = \int_0^\infty v(\tau,x)G(\tau,t)d\tau$ *является решением, если* $v(t,x)$ *есть решение следующей задачи для гиперболического уравнения* $v_{tt} = \Delta v + c(x)v + \tilde{f}(t,x)$, $v(0,x) = \varphi(x)$, $v_t(0,x) = 0$, $\frac{\partial v}{\partial n}\|_S = \tilde{\psi}(t,x)$. *Здесь* $f(t,x) = \int_0^\infty \tilde{f}(\tau,x)G(\tau,t)d\tau$, $\psi(t,x) = \int_0^\infty \tilde{\psi}(\tau,x)G(\tau,t)d\tau$, $G(\tau,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}}e^{-\tau^2/(4t)}$.	Ф.И.О, группа
3) Решить дифференциальные уравнения: *a.* $(y'+1)\ln(\frac{y+x}{x+3}) = \frac{y+x}{x+3}$ *b.* $(\sin^2 y + x * ctg(y))y' = 1$ *c.* $x(e^y - y') = 2$ *d.* $y' - 2xy + y^2 = 5 - x^2$ *e.* $(x + \sin x + \sin y)dx + (\cos y)dy = 0$	Ф.И.О, группа Даржаа Мария ИМ09-05Б
4) Пусть $u(t,x)$ *есть решение задачи Коши для дифференциального уравнения* $u_t(t,x) = u_{xx} + \left(\frac{\varphi'(t) - u_{xx}(t,a(t)) - u_x(t,a(t))a'(t) - f(t,a(t))}{\varphi(t)}\right)u(t,x) + f(t,x)$, $u(0,x) = u_0(x)$, *и известно, что u(t,x) – бесконечно непрерывно-дифференцируемая,* $u_0(a(0)) = \varphi(0)$, $\|\varphi(t)\| \geq \delta > 0$. *Доказать, что* $u(t,a(t)) = \varphi(t)$.	Ф.И.О, группа

Темы курсовых работ для студентов 2 курса 2010-2011 уч. г
(руководитель Черепанова О.Н.)

1. Пусть поверхность задана в сферических координатах. Найти выражение площади кривой поверхности для этого случая. Используя полученную формулу найти площадь части сферической поверхности $x^2+y^2+z^2=2Rz$,содержащейся внутри конуса $z^2=9x^2+9y^2$.
2. Вычислить интегралы $I_1=\iint\limits_D\sqrt{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\,dxdy$, $I_2=\iint\limits_D x^n y^n\,dxdy$, где D
   Бузуев Никита
   ИМ09-03Б
   область, ограниченная осями координат и кривой $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$
3. Пусть D: $\{\ (x;y;)|\, x\geq 0,\ y\geq 0, x+y\leq 1\ \}$.Доказать формулу Лиувилля $\iint\limits_D\varphi(x;y)x^{p-1}y^{q-1}dxdy=B(p,q)\int\limits_0^1\varphi(u)u^{p+q-1}du,$

где $p\geq 1,\ q\geq 1,,\ \varphi(u)$- непрерывная функция на [0;1].

4. .Установить условия сходимости интегралов:

$$\iint\limits_{\substack{x\geq 0,y\geq 0\\ x^\alpha+y^\beta\geq 1}}\frac{dxdy}{(x^\alpha+y^\beta)^m}\quad;\quad\iint\limits_{\substack{x\geq 0,y\geq 0\\ x^\alpha+y^\beta\leq 1}}\frac{dxdy}{(x^\alpha+y^\beta)^m}\qquad\iint\limits_{\substack{x\geq 0,y\geq 0\\ x^\alpha+y^\beta\leq 1}}\frac{dxdy}{(1-x^\alpha-y^\beta)^m}$$

5. При каких a,b и c площадь поверхности эллипсоида $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ совпадает с площадью поверхности $(x^2+y^2+z^2)^2=\alpha^2x^2+\beta^2y^2+\gamma^2z^2$.

6. . Исследовать на непрерывности суммы ряда $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{n^p+x^2n^q},\quad pq\geq 0,$ $p>1$ или $q>1$.

7. . Доказать, что $a)\ \lim\limits_{x\to 1-0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1\ )^{n-1}}{n}\frac{x^n}{1+x^n}=\frac{1}{2}\ln 2$,

$б)\ \lim\limits_{x\to 1-0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1\ )^{n-1}}{n}\frac{x^n}{1-x^{2m}}=\frac{1}{2}\ln 2.$

8. Представить в виде рядов интегралы а) $\int_0^1 \frac{arctgx}{x}dx$, б) $\int_0^1 x^{-x}dx$.

9. . Найти первые 10 членов разложения функций $y = \frac{1}{e}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ по степеням x.

10. Найти разложение функции $y = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$ по степеням x.

11. Показать, что $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^n \cos n^2 x$ имеет производные всех порядков в любой точке $x \in R$, а ее ряд Тейлора с центром в нуле имеет нулевой радиус сходимости.

12. Пусть последовательность $\{a_n\}$ монотонна, но не бесконечно малая. Доказать, что ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin na,\quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos na,$ расходятся при любом $a \neq \pi k, k \in z.$

13. Пусть последовательность $\{a_n\}$ монотонна, бесконечно малая и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится. Доказать, что ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin na,\quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos na,$ сходятся условно при любом $a \neq \pi k, k \in z.$

Найти площадь области, ограниченной кривой $(x^2 + y^2)^6 = x^4 y^2$.

14. Доказать формулу Лежандра $\Gamma(x)\Gamma(x+\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2x-1}}\Gamma(2x).$

Темы курсовых работ для студентов II курса

Шанько Ю.В. (shy70@mail.ru)

1. Решить уравнение
$$y^2y''' - 2yy'y'' + y'^3 - 4ky' = 0,$$
где k — некоторая константа. *Указание:* исключить k.

2. Доказать, что асимптотическая устойчивость тривиального решения $x \equiv 0$ однородной системы уравнений $\dot{x} = F(t)x$ эквивалентна стремлению к нулю при $t \to +\infty$ любого решения этой системы.

3. Множество точек, принадлежащих отрезку $[0, 1]$, обладает следующим свойством: каждый ряд, составленный из различных его элементов, сходится. Доказать, что это множество не более чем счетно.

4. Доказать, что дифференциальное уравнение кривых второго порядка имеет вид
$$((y'')^{-2/3})''' = 0.$$

5. При каких n существует уравнение вида
$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}),$$
у которого $f \in C(R^{n+1})$ и любое решение которого $y(x)$, определенное на интервале J, удовлетворяет неравенству
$$y\Big(\frac{x_1 + x_2}{2}\Big) \le \frac{y(x_1) + y(x_2)}{2}$$
при всех x_1, $x_2 \in J$.

6. Определить траекторию шарика, пущенного со скоростью v_0 под углом α к горизонту, при условии, что сопротивление воздуха пропорционально скорости. Построить чертеж.

7. Для задачи Коши
$$y' = x^2 + y^2,\ y(0) = 0$$
найти такую прямоугольную область G, чтобы локальная теорема Коши-Пикара давала бы для этой области наибольший отрезок гарантированного существования решения.

Темы курсовых работ для студентов II курса

Шанько Ю.В. (shy70@mail.ru)

8. Пусть u и v — решения уравнения

$$y'' = a_1(x)y' + a_0(x)y$$

Доказать, что $W(u^2, uv, v^2) = 2(W(u,v))^3$, где $W(f_1, \dots f_n)$ — определитель Вронского функций $f_1, \dots f_n$.

9. Определить условия, при которых уравнение $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ имеет интегрирующий множитель вида: а) $\mu = \mu(\sqrt{x^2+y^2})$; б) $\mu = \mu(\operatorname{arctg}(y/x))$.

10. Пусть A — множество чисел a, при которых система

$$x' = x + ay, \quad y' = ay$$

имеет решение $(x(t), y(t)) \to 0$ при $t \to \infty$. Найти A и для каждого $a \in A$ указать множество начальных данных, для которых $(x(t), y(t)) \to 0$ при $t \to \infty$.

Курсовые работы
руководитель: Шипина Т.Н.

Работы сдать на проверку до 1 мая 2011 года!

1. Приближенное нахождение корней уравнений (§23 [1]; 23.5; 23.6). Мороз Алексей ИМ09-03Б

2. Проблемы отделения корня уравнения $F(x) = 0$ (§23 [1]). Чувашов Влад. ИМ09-03Б

3. Приближенное вычисления интегралов ([2], [4]). Яковлев Алексей

4. Исследование интегралов, зависящих от параметра. ([3] 13.6; 13.5; 14.17) Позднякова Алина ИМ09-03Б

5. Непрерывность интегралов, зависящих от параметра. ([3] 13.3; 13.4; 14.18) Мацуева Кристина ИМ09-03Б

6. Формулы приближенного нахождения интегралов ([2], [4]). Закитина Любовь ИМ09-06(Б)

7. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра. ([3] 14.7 (четные); 14.14 (нечетные)). Пупенок Никита ИМ09-02С.

8. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра. ([3] 14.7 (нечетные); 14.14 (четные)). Ферунов Дмитрий ИМ09-02С

9. Преобразование Фурье и его свойства. Каким условиям должен удовлетворять прообраз Фурье функции $w(\xi)$, чтобы для $w(\xi)$ было выполнено

$$(1 + |\xi|^{k+\varepsilon})|w| < c, \quad k = 1, 2, 3, \quad c = const, \quad 0 < \varepsilon < 1.$$

Привести примеры таких функций ([4]).

10. Дифференцируемость интегралов, зависящих от параметра. ([3] 13.25; 15.5; 15.20). Гагаев Илья, ИМ09-06Б

Список литературы

1. Л.Д.Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу (Предел. Непрерывность. Дифференцируемость).- М.: Наука. 1984.

2.Л.Д.Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу (Интегралы. Ряды).- М.: Наука. 1986.

3.Л.Д.Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу (Функции нескольких переменных).- М.: Наука. 1984.

4. Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1-3. М.: Наука. 1969.

Консультации по понедельникам с 15.55 - 16.20 ауд. 34-09.