

ПРОГРАММА

по математическому анализу

Первый семестр, первая часть

1. Бином Ньютона.
2. Вещественные числа.
3. Ограниченные множества. Теорема о точной верхней границе.
4. Принцип Архимеда.
5. Принцип Кантора о вложенных отрезках.
6. Принцип Больцано–Вейерштрасса.
7. Предел последовательности и его свойства.
9. Арифметические операции над пределами.
9. Предельный переход в неравенствах.
10. Критерий Коши сходимости последовательности.
11. Теорема Вейерштрасса о существовании предела монотонной последовательности.
12. Подпоследовательности. Частичный предел последовательности. Верхний и нижний пределы.
13. Предел функции. Эквивалентность определения предела по Коши и по Гейне.
14. Непрерывность функции. Локальные свойства непрерывных функций.
15. Классификация точек разрыва. Разрывы монотонной функции.
16. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях, заданных на отрезке.
17. Теорема Больцано–Коши о промежуточном значении.
18. Непрерывность элементарных функций.
19. Непрерывность обратной функции.
20. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
21. Асимптотическое поведение функций. O -символика.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Семестр 1, часть 1

Типовые задачи

1. Пусть $X \subset \mathbb{R}$ и $-X = \{y : -y \in X\}$. Доказать, что

$$\sup(-X) = -\inf X.$$

2. Найти область определения и область значений функции

$$y = \log_2(4 - x^2).$$

3. Доказать (используя критерий Коши), что последовательность

$$x_n = \frac{\cos 1}{2} + \frac{\cos 2}{2^2} + \dots + \frac{\cos n}{2^n}$$

сходится.

4. Доказать по определению, что

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4.$$

5. Найти все частичные пределы последовательности

$$\sqrt[n]{4(-1)^n + 2}.$$

6. Найти предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} \right).$$

Первый семестр

Экзаменационная работа 1

Вариант 0

1. Сформулировать принцип Кантора о вложенных отрезках.
2. Дать определение точной верхней границы множества.
3. Доказать по определению предела последовательности, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1, \quad a > 0.$$

4. Найти предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1} \right).$$

5. Найти все частичные пределы последовательности

$$x_n = \frac{1}{n} + \sin \frac{\pi n}{3}.$$